

### Capítulo 3 Questões teóricas:

1. Uma caixa tem  $n$  bolas brancas (B) e uma preta (P). Considere a experiência aleatória que consiste em extrair bolas, sem reposição, até sair a bola preta. Seja  $X$  a variável aleatória definida como número de bolas extraídas e o acontecimento  $A = \{WB, WWB, WWWB\}$ . Qual a imagem de  $A$ ? Qual a imagem inversa do intervalo  $[1, 4) \subset \mathbb{R}$ ?
2. Considere a experiência aleatória que consiste em três lançamentos consecutivos de uma moeda regular. A saída de coroa vale 1 ponto, a saída de face vale 0 pontos. Seja  $X$  a variável aleatória número de pontos obtido no fim dos três lançamentos. Qual a imagem do acontecimento  $A = \{\text{saída de exactamente 2 coroas}\}$ . Qual a imagem inversa do intervalo  $I = [0, 1] \subset \mathbb{R}$ .
3. Considere a experiência aleatória que consiste em três lançamentos consecutivos de uma moeda regular. A saída de coroa vale 1 ponto, a saída de face vale 0 pontos. Seja  $X$  a variável aleatória número de pontos obtido ao fim de três lançamentos. Defina o conjunto  $D_X$  e determine-o para a variável aleatória  $X$ .
4. Considere a experiência aleatória que consiste no lançamento de uma moeda seguido do lançamento de um dado com 6 faces numeradas de 1 a 6. A saída de coroa e número par vale 1 ponto, a saída de coroa e número ímpar vale 2 pontos, a saída de face e número par vale 3 pontos e de face e número ímpar vale 4 pontos. Seja  $X$  a variável aleatória número de pontos obtido. Qual a imagem do acontecimento  $A$  definido como saída de coroa ou face e número par. Qual a imagem inversa do intervalo  $B = [1, 2]$ .
5. Quais as condições para que uma variável aleatória possa ser classificada como discreta? Defina uma variável aleatória discreta e prove que verifica essas condições.
6. Considere a experiência aleatória que consiste no lançamento de uma moeda seguido do lançamento de um dado com 4 faces numeradas de 1 a 4. A saída de coroa e número par ou de face e número ímpar vale 1 ponto, qualquer outro resultado vale 0 pontos. Seja  $X$  a variável aleatória número

de pontos obtido. Qual a imagem do acontecimento  $A = \{\text{saída de coroa e número ímpar}\}$ . Qual a imagem inversa do ponto  $x = 1 \in \mathbb{R}$ .

7. Considere a experiência aleatória que consiste em três lançamentos consecutivos de uma moeda regular. A saída de coroa vale 1 ponto, a saída de face vale 0 pontos. Seja  $X$  a variável aleatória número de pontos obtido no fim dos três lançamentos. Defina o conjunto de pontos de descontinuidade de  $F_X(x)$  e classifique a variável aleatória. Justifique devidamente.
8. A variável aleatória associada à experiência aleatória lançamento de uma moeda pode ser classificada como discreta? Justifique, definindo a variável aleatória, indicando o conjunto  $D_X$  e verificando se satisfaz as condições necessárias para ser classificada como discreta.
9. Considere a experiência aleatória retirada de duas cartas sucessivamente de um baralho de 54 cartas. Às cartas saídas são atribuídos os seguintes pontos: rei-10, dama-8, valete-6, jocker-2, qualquer outra carta-1. Seja a variável aleatória  $X$  definida como soma dos pontos das cartas saídas. Qual a imagem do acontecimento  $A$ - saída de uma figura e um número? Qual a imagem inversa do intervalo  $B = [7, 9)$ .
10. Considere a experiência aleatória retirada de uma carta de um baralho de 54 cartas. À carta saída são atribuídos os seguintes pontos: rei-10, rainha-8, valete-6, jocker-2, qualquer outra carta-1. A variável aleatória definida como número de pontos na carta saída pode ser classificada como discreta? Justifique, indicando o conjunto  $D_X$  e verificando se satisfaz as condições necessárias para ser classificada como discreta.
11. Considere a experiência aleatória retirada de duas cartas sucessivamente de um baralho de 52 cartas (sem Jockers) e atribuição de 1 ponto se for espadas, 2 pontos se for copas, 3 se for paus e 4 se for ouros. A variável aleatória  $X$  representa o número de pontos associado às cartas saídas. Qual a imagem do acontecimento  $A$  - saída de duas cartas do mesmo naipe? Qual a imagem inversa do intervalo  $B = [3, 5)$ .

12. Seja a experiência aleatória lançamento de uma moeda até sair cara. Seja  $X$  a variável aleatória definida como número de lançamentos até sair caras. Classifique a variável aleatória. Justifique indicando o conjunto  $D_X$  e mostrando que satisfaz as condições necessárias. [Nota: Soma de uma série geométrica de razão  $r$ :  $|r| < 1$  é dada por  $S_n = \frac{u_1}{1-r}$ ]

13. Considere a experiência aleatória retirada de uma carta de um baralho de 52 cartas até sair uma carta de Copas. Seja  $X$  a variável aleatória definida como número de lançamentos até sair uma carta de Copas. Indique o conjunto  $D_X$ . Classifique a variável aleatória, mostrando que satisfaz as condições necessárias.  
[Nota: Soma de uma série geométrica de razão  $r$ :  $|r| < 1$  é dada por  $S_n = \frac{u_1}{1-r}$ ]

14. Seja  $X$  uma variável aleatória com a seguinte função distribuição:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x/2 & 0 \leq x < 1 \\ 1/2 & 1 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}.$$

- Classifique a variável aleatória. Justifique convenientemente.
- Verifique que  $F_X(x)$  é função distribuição da variável aleatória  $X$ .
-